Problématique : **Évolution de la pression atmosphérique en fonction de l'altitude.**

Les amateurs de montagne savent que l'air se raréfie quand l'altitude augmente. Cela entraîne une diminution de l'oxygène dans l'air. La raréfaction de l'oxygène est très dangereuse pour certaines personnes ayant des difficultés respiratoires. On mesure la raréfaction de l'air par la pression atmosphérique.

Les baromètres mesurent la pression atmosphérique.
L'unité de pression est le Pascal (Pa).
Remarque : on trouve aussi des baromètres gradués en millibars (mbar) ; 1 mbar = 1 hPa (1hPa = 100Pa).

La pression atmosphérique moyenne au niveau de la mer est de 101 325 Pa ou 1013,25 mbar.
On note $p(z)$ la pression atmosphérique (en Pascal) à l'altitude z (en mètres).

Partie A
On considère, pour simplifier, que la température de l'air reste constante avec l'altitude.

1. On admet que la pression atmosphérique p est solution de l'équation différentielle (E) : $p'(z)+\dfrac{\rho_0 g}{101325}p(z)=0$,
où $\rho_0=1,29\ \text{kg/m}^3$ (masse volumique de l'air au niveau de la mer)
et $g=9,8\,\text{N.kg}^{-1}$ (accélération de la pesanteur pour des altitudes inférieures ou égales à 10 000 m).

a) Quelle est la valeur de $p(0)$?
b) Montrer que la solution de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale est :
$p(z)=101325\mathrm{e}^{-0,00012477z}$.
c) Etudier les variations de la fonction p sur $[0;+\infty[$ et dresser son tableau de variations.
d) Résoudre une équation permettant de déterminer à quelle altitude la pression atmosphérique atteint le dixième de la pression au niveau de la mer.

2. On cherche maintenant à calculer la pression atmosphérique tous les mètres entre 0 et 25 000 m d'altitude à l'aide d'une suite.

On admet que la pression atmosphérique p vérifie: $\begin{cases} p_{n+1}=p_n-9,8\times 1,29\dfrac{p_n}{101325} \\ p_0=101325 \end{cases}$
où n est un nombre entier compris entre 0 et 10000.
a) Montrer que (p_n) est une suite géométrique de raison 0,999875.
b) Ecrire p_n en fonction de n.
c) Utiliser la calculatrice pour déterminer pour quelle valeur de n la pression atteint le dixième de la pression au niveau de la mer.

Appel n°1 : Présenter vos résultats de la calculatrice à l'examinateur.

3. Compléter le tableau suivant avec des valeurs approchées à l'unité près:

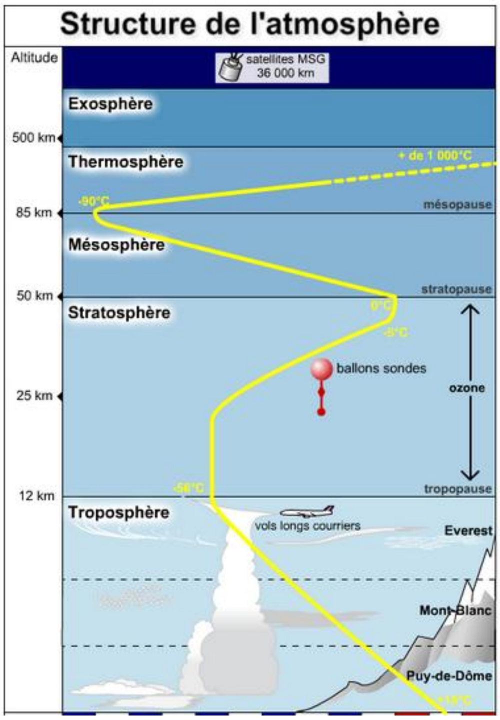
altitude z en m	500	4810 (Mont Blanc)	8850 (Everest)	10000
$p(z)$ en Pa obtenue avec l'équation différentielle (question 1)				
$p(z)$ en Pa obtenue avec une suite géométrique (question 2)				

On peut remarquer que les valeurs obtenues par une suite géométrique et un pas d'1 mètre sont très proches des valeurs obtenues par la résolution de l'équation différentielle. Les écarts sont inférieurs à 1 hPa.

Partie B

En réalité, la température baisse avec l'altitude de 6 °C tous les 1000 m.
La formule internationale pour évaluer la pression p en fonction de l'altitude z est :

$p(z) = 1013,25 \times \left(1 - \dfrac{6,5z}{288,15}\right)^{5,255}$, où $p(z)$ est exprimé en hPa et z en km.



1. Tracer la courbe représentative de la fonction p sur la calculatrice pour z variant de 0 à 50 km.
Choisir une fenêtre et des unités adaptées pour pouvoir visualiser toute la courbe sur l'intervalle [0 ; 50].

Appel n°2 : Présenter vos résultats de la calculatrice à l'examinateur.

2. Calculer avec la formule internationale la pression atmosphérique au sommet du Mont Blanc (4810 m).
Donner une valeur approchée du résultat à 10^{-2} près.

3. Déterminer à l'aide de la calculatrice l'altitude, arrondie à 10^{-2}, à laquelle la pression atmosphérique est de 314,5 hPa.

Appel n°3 : Présenter vos résultats de la calculatrice à l'examinateur.