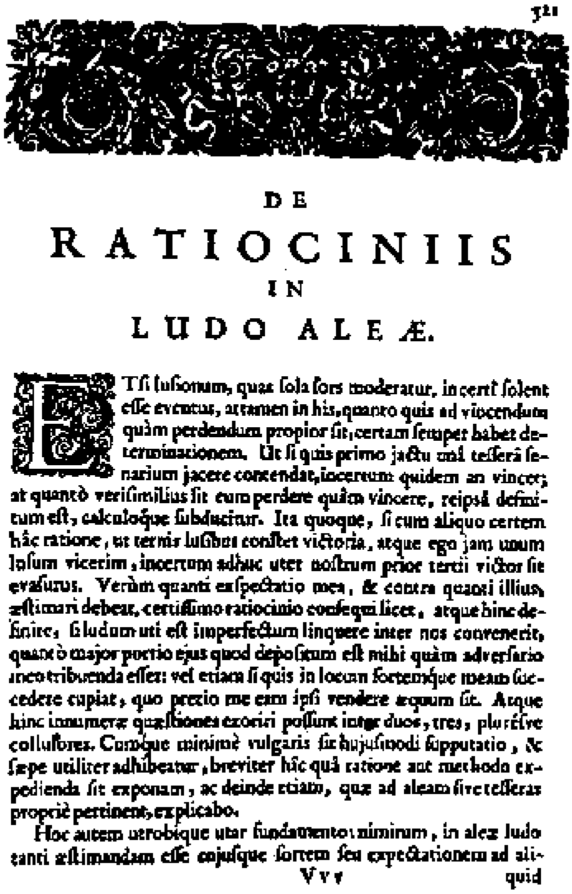
TP algorithmique : Huygens et les probabilités

Huygens écrit le premier traité sur le calcul des probabilités en 1657 *De ratiociniis in ludo aleae (du calcul dans les jeux de hasard)*, il est édité en latin mais est rapidement traduit. Il restera l'ouvrage de référence jusqu'à celui de Jacob Bernoulli l'« Ars Conjectandi » (l'art de conjecturer)

A la fin de son traité, il laisse cinq exercices à chercher … les différentes approches pour résoudre et prolonger ces problèmes par les mathématiciens de l'époque vont faire avancer le concept de probabilité en mathématiques.

Ci-contre : première page de *De ratiociniis in ludo aleae http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Huygens.html*

Extrait (traduction française) ci-dessous du premier problème qui lui a été proposé initialement par Pierre de Fermat.


521

DE
RATIOCINIIS
IN
LUDO ALEÆ.

ETsi lusionum, quas sola sors moderatur, incerti solent esse eventus, attamen in his, quanto quis ad vincendum quàm perdendum propior sit, certam semper habet determinationem. Ut si quis primo jactu unâ tesserâ senarium jacere contendat, incertum quidem an vincet; at quantò verisimilius sit eum perdere quàm vincere, reipsâ definitum est, calculoque subducitur. Ita quoque, si cum aliquo certem hâc ratione, ut ternis lusibus constet victoria, atque ego jam unum lusum vicerim, incertum adhuc uter nostrum prior tertii victor sit evasurus. Verùm quanti exspectatio mea, & contra quanti illius, æstimari debeat, certissimo ratiocinio consequi licet, atque hinc definire, si ludum uti est imperfectum linquere inter nos convenerit, quantò major portio ejus quod depositum est mihi quàm adversario meo tribuenda esset: vel etiam si quis in locum sortemque meam succedere cupiat, quo pretio me eam ipsi vendere æquum sit. Atque hinc innumeræ quæstiones exoriri possunt inter duos, tres, pluresve collusores. Cumque minimè vulgaris sit hujusmodi supputatio, & sæpe utiliter adhibeatur, breviter hîc quâ ratione aut methodo expedienda sit exponam, ac deinde etiam, quæ ad aleam sive tesseras propriè pertinent, explicabo.

Hoc autem utrobique utar fundamento: nimirum, in aleæ ludo tanti æstimandam esse cujusque sortem seu expectationem ad ali-

Vvv quid

'PREMIER PROBLÈME.

A et B jouent l'un contre l'autre avec 2 dés à la condition suivante: A aura gagné s'il jette 6 points, B s'il en jette 7. A fera le premier un seul coup; ensuite B 2 coups l'un après l'autre; puis de nouveau A 2 coups, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'un ou l'autre ait gagné. On demande le rapport de la chance de A à celle de B. Réponse: comme 10355 *est à* 12276.

Questions :

1) Rappeler quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale 7 et une somme égale à 6 avec deux dés à 6 faces non truqués. Que pouvez-vous en déduire pour les joueurs A et B ?

2) Pourquoi le problème évoqué par Huygens est très différent du problème proposé dans le TP sur la somme de deux dés fait en classe ?

3) En utilisant la réponse donnée par Huygens, qui est celui qui a « le plus de chance » de gagner ? Quelle est la probabilité que A gagne ?

Algorithme 1:

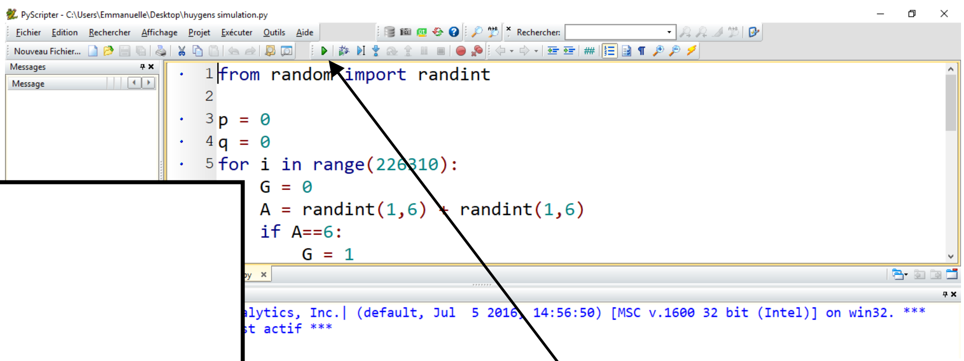
```
G ← 0
N ← 1
A ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
Si A = 6 alors
   G ← 1
   Afficher « A gagne en 1 coup »
Sinon
    Tant que G ≠ 1
    B ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
    C ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
         Si B = 7 ou C = 7 alors
            G ← 1
            Afficher « B gagne »
         Sinon
             D ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
             E ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
                   Si D = 6 ou E = 6 alors
                      G ← 1
                      Afficher « A gagne »
                   Fin du Si
         Fin du Si
         N ← N+2
     Fin du Tant que
Fin du Si
Afficher « nombre de coups » , N
```

Algorithme 2:

```
p  ← 0
q  ← 0
Pour  I allant de 1 à 10000          (ou plutôt de 1 à 22631 = 10355+12276 comme dans l'énoncé)
G ← 0
A ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
    Si A = 6 alors
      G ← 1
      q ← q + 1
    Sinon
        Tant que G ≠ 1
        B ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
        C ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
             Si B = 7 ou C = 7 alors
                 G ← 1
                 p ← p + 1
             Sinon
                 D ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
                 E ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
                       Si D = 6 ou E = 6 alors
                           G ← 1
                           q ← q+1
                       Fin du Si
              Fin du Si
         Fin du Tant que
    Fin du Si
Fin du Pour
Afficher « ………………………………………………………………» , p
Afficher « ……………………………………………………………… » , q
```

Langage TI

Programmation dans le langage Python




```python
from random import randint

p = 0
q = 0
for i in range(226310):
    G = 0
    A = randint(1,6) + randint(1,6)
    if A==6:
        G = 1
        q=q+1
    else:
        while G!=1:
            B = randint(1,6) + randint(1,6)
            C = randint(1,6) + randint(1,6)
            if B==7 or C==7:
                G = 1
                p = p+1
            else:
                D = randint(1,6) + randint(1,6)
                E = randint(1,6) + randint(1,6)
                if D==6 or E==6:
                    G = 1
                    q = q+1
print("Nombre de succès de B : ",p)
print("Nombre de succès de A : ",q)
```

Bouton « exécuter » le programme

4) On va simuler l'expérience aléatoire à l'aide de la calculatrice et du logiciel Python.

a) Décrire pas à pas, en face de chaque ligne, ce que calcule l'algorithme 1 par rapport à l'énoncé du problème.

b) A quoi correspond concrètement N dans l'expérience aléatoire?

c) Programmer cet algorithme 1 sur la calculatrice (attention aux sens inversé des flèches)

5) Localiser les différences entre l'algorithme 1 et l'algorithme 2. Que calcule l'algorithme 2 ?

6) Compléter les deux dernières lignes de l'algorithme 2 avec des mots de français en rapport avec l'énoncé du problème.

7) Lancer le programme EduPython disponible dans le dossier « math » du bureau puis taper le programme correspondant à l'algorithme 2 en langage Python sur l'ordinateur comme indiqué en face de l'algorithme 2.

8) Exécuter le programme avec le bouton puis noter le résultat ci-dessous. Recommencer 10 fois de suite et noter les résultats.

Nombre de parties gagnées par A										
Nombre de parties gagnées par B										

9) Ces résultats vous paraissent-ils cohérents avec le résultat donné par Huygens ?

10) Comment peut-on améliorer la certitude dans le résultat donné par Huygens ? En faire une simulation.