

Second degré – Série 1 – Correction

CONSIGNE

Connaissant la forme développée, canonique et factorisée de l'expression algébrique d'une fonction, il s'agit de répondre à des questions en utilisant la forme la mieux adaptée. Pour les quatre dernières questions, il faut compléter l'égalité proposée.

Voici trois expressions d'une fonction g :

- $g(x) = 2(x+4)^2 - 18$;
- $g(x) = 2(x+1)(x+7)$;
- $g(x) = 2x^2 + 16x + 14$.

En choisissant la forme la mieux adaptée, répondre aux questions suivantes :

Question 1

- $g(x) = 2(x+4)^2 - 18$;
- $g(x) = 2(x+1)(x+7)$;
- $g(x) = 2x^2 + 16x + 14$.

La fonction g admet-elle un maximum ou un minimum ? Pour quelle valeur de x ?
 $x = -4$
 car $a = 2$ est un nombre positif.

Question 2

- $g(x) = 2(x+4)^2 - 18$;
- $g(x) = 2(x+1)(x+7)$;
- $g(x) = 2x^2 + 16x + 14$.

Déterminer la (ou les) solution(s) de l'équation $g(x) = 0$.
 $x = -1$ et $x = -7$

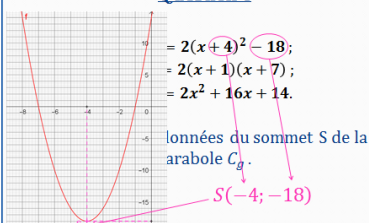
Question 3

- $g(x) = 2(x+4)^2 - 18$;
- $g(x) = 2(x+1)(x+7)$;
- $g(x) = 2x^2 + 16x + 14$.

Déterminer la (ou les) solution(s) de l'équation $g(x) = 14$.

$$2x^2 + 16x + 14 = 14 \Rightarrow 2x^2 + 16x = 0 \Rightarrow 2x(x+8) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = -8$$

Question 4

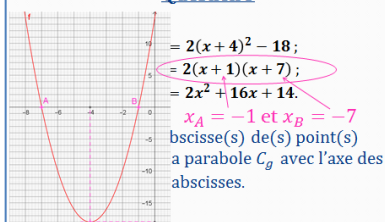


On note C_g la parabole qui représente la fonction g dans un repère du plan.

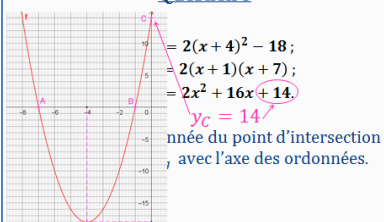
- $g(x) = 2(x+4)^2 - 18$;
- $g(x) = 2(x+1)(x+7)$;
- $g(x) = 2x^2 + 16x + 14$.

En choisissant la forme la mieux adaptée, répondre aux questions suivantes :

Question 5



Question 6



Question 7

Compléter l'égalité suivante :

$$(3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$$

Question 8

Compléter l'égalité suivante :

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

Question 9

Compléter l'égalité suivante :

$$x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$$

Question 10

Compléter l'égalité suivante :

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2$$

Second degré – Série 2 – Correction

CONSIGNE

Répondre à diverses questions en utilisant les propriétés des différentes expressions algébriques d'une fonction polynôme de degré 2.

Dans les trois questions suivantes :

Répondre par VRAI ou FAUX

Question 1

La fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -x^2 + x + 6$$

est d'abord décroissante, puis croissante.

FAUX

car $a = -1$

Question 2

La fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 3x^2 + 5x + 8$$

admet un minimum.

VRAI

car $a = 3$

Question 3

FAUX La fonction f définie sur \mathbb{R} par :
car $a = -2$
 $f(x) = -2(x-2)^2 + 3$
admet le tableau de variations suivant.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$		3	

Dans les quatre questions suivantes :

Les fonctions du second degré sont données sous forme canonique

$$a(x - \alpha)^2 + \beta$$

Question 4

Déterminer les valeurs de a , α et β :

$$f(x) = 3(x-1)^2 + 1$$

$$a = 3$$

$$\alpha = 1$$

$$\beta = 1$$

Question 5

Déterminer les valeurs de a , α et β :

$$g(x) = -2(x+4)^2 - 7$$

$$a = -2$$

$$\alpha = -4$$

$$\beta = -7$$

Question 6

Déterminer les valeurs de a , α et β :

$$h(x) = 3 - (x+1)^2$$

$$a = -1$$

$$\alpha = -1$$

$$\beta = 3$$

Question 7

Déterminer les valeurs de a , α et β :

$$k(x) = x^2 - 4 = (x-0)^2 - 4$$

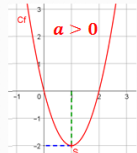
$$a = 1$$

$$\alpha = 0$$

$$\beta = -4$$

Question 8

Cette parabole représente une fonction f .
Quelle est sa forme canonique ?



1) $f(x) = -2(x-1)^2 + 2$

2) $f(x) = 2(x-1)^2 - 2$

3) $f(x) = 2(x+1)^2 - 2$

4) $f(x) = -2(x-1)^2 - 2$

Question 9

Choisir la bonne réponse

L'équation $2x^2 - 8x = 0$ a :

- pour solutions les réels 0 et -4 ;
 - une unique solution, le réel 4 ;
 - deux solutions, les réels 0 et 4 ;
 - une infinité de solutions.
- $2x(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 4$

Question 10

Choisir la bonne réponse

L'équation $(x-5)^2 = 16a$:

- deux solutions, les réels 1 et 9 ;
 - deux solutions, les réels -4 et 4 ;
 - une seule solution, le réel 9.
- $(x-5)^2 - 4^2 = 0 \Leftrightarrow (x-9)(x-1) = 0$

Second degré – Série 3 – Correction

CONSIGNE Utiliser le tableau de variation d'une fonction polynôme de degré 2 f , pour déterminer différentes propriétés de f (signe de a , valeur de α ; valeur d'une image)

On rappelle qu'une fonction du 2nd degré définie sur \mathbb{R} s'écrit :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

sous forme développée

$$\text{et } f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

sous forme canonique.

Répondre aux questions qui suivent.

Question 1

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$		3	

La fonction est décroissante puis croissante.

Donner le signe de a .

a est positif.

Question 2

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$		3	

Donner la valeur de α .

$\alpha = 1$

Question 3

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$		-3	

La fonction est croissante puis décroissante.

Donner le signe de a .

a est négatif.

Question 4

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$		-3	

Donner la valeur de β .

$\beta = -3$

Question 5

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$		-2	

Donner la valeur de $-\frac{b}{2a}$

$-\frac{b}{2a} = 3$

Question 6

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$		-2	

Quel est le maximum de la fonction f ?

Le maximum de la fonction est -2.

Question 7

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré sur $[-7; 9]$:

x	-7	1	9
$f(x)$		-1	2

Quelle est la valeur de $f(-7)$?

La courbe est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 1$ donc $f(-7) = f(9) = 2$.

Question 8

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré sur $[-7; 9]$:

x	-7	-5	1	7	9
$f(x)$		0	-1	0	2

Quels sont les antécédents de 0 ?

La courbe est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 1$, les antécédents de 0 sont 7 et -5.

Question 9

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré sur $[-7; 9]$:

x	-7	-5	1	7	9
$f(x)$		0	-1	0	2

Quel est le signe de $f(-6)$?

Comme $f(-5) = 0$ alors $f(-6)$ est positif.

Question 10

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré sur $[-7; 9]$:

x	-7	1	7	9
$f(x)$		-1	0	2

Quel est le signe de $f(3)$?

Comme $f(7) = 0$ alors $f(3)$ est négatif.

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Second degré – Série 4 – Correction

CONSIGNE Associer une expression algébrique de $f(x)$ à un tableau de variations de f et réciproquement.

Correction

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Question 1

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré :

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$		1	

$\alpha = -6$ et $\beta = 1$
La forme canonique est $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$
avec $a < 0$ donc ...

Laquelle des expressions peut-elle être celle de f ?

A. $f(x) = -2(x - 6)^2 + 1$ B. $f(x) = 2(x + 6)^2 + 1$
C. $f(x) = -2(x + 6) + 1$ D. $f(x) = -2(x + 6)^2 + 1$

Question 2

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré :

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f(x)$		-5	

$\alpha = 4$ et $\beta = -5$
La forme canonique est $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$
avec $a > 0$ donc ...

Laquelle des expressions peut-elle être celle de f ?

A. $f(x) = 4(x - 4)^2 - 5$ B. $f(x) = 4(x - 4)^2 + 5$
C. $f(x) = 4(x - 4) + 5$ D. $f(x) = -4(x - 4)^2 - 5$

Question 3

Dresser le tableau des variations de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -(x - 1)^2 + 4$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$		4	

Question 4

Dresser le tableau des variations de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3(x + 1)^2 - 5$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$		-5	

Question 5

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré :

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f(x)$		-4		

$\alpha = -1$ et $\beta = 4$
La forme canonique est $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$
avec $a < 0$ donc ...

Laquelle des expressions peut-elle être celle de f ?

A. $f(x) = -(x + 1)^2 + 4$ B. $f(x) = -(x + 4)^2 - 1$
C. $f(x) = -(x - 3)^2 + 1$ D. $f(x) = -(x - 1)^2 - 3$

Question 6

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré :

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$
$f(x)$		5		

La forme factorisée est $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
 $a < 0$; $x_1 = -1$; $x_2 = 5$
donc ...

Laquelle des expressions peut-elle être celle de f ?

A. $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 1)(x + 5)$ B. $f(x) = \frac{1}{2}(x - 1)(x + 5)$
C. $f(x) = -\frac{1}{2}(x + 1)(x - 5)$ D. $f(x) = \frac{1}{2}(x + 1)(x - 5)$

Question 7

Dresser le tableau des variations d'une fonction du second degré définie sur \mathbb{R} telle que : $f(3) = f(7) = 0$ et f admette un maximum égal à 2.

x	$-\infty$	3	5	7	$+\infty$
$f(x)$			2		

Question 8

Dresser le tableau des variations d'une fonction du second degré définie sur \mathbb{R} telle que : $f(-4) = f(2) = 6$ et f admette un minimum égal à 4.

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$
$f(x)$		6	4	6	

Question 9

Voici le tableau des variations d'une fonction du 2nd degré :

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f(x)$		-4		

La forme factorisée est $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
 $a > 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 4$
donc ...

Laquelle des expressions peut-elle être celle de f ?

A. $f(x) = (x - 2)^2 + 4$ B. $f(x) = x(x - 4)$
C. $f(x) = (x - 2) - 4$ D. $f(x) = x(x + 4)$

Question 10

Dresser le tableau des variations de la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x - 3) + 7$.
On obtient : $f(x) = x - 4$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

C'est une fonction affine croissante !

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Second degré – Série 5 – Correction

CONSIGNE Résoudre des équations simples du second degré sans utiliser le discriminant.

Résoudre dans \mathbb{R} ,
les équations suivantes :

Question 1

$$x^2 = 5$$
$$x = \sqrt{5}$$
$$\text{ou } x = -\sqrt{5}$$

Question 2

$$x^2 + 3x = 0$$
$$x(x + 3) = 0$$
$$x = 0 \text{ ou } x = -3$$

Question 3

$$x^2 + 3 = 0$$
$$x^2 = -3$$

Pas de solution dans \mathbb{R}

Question 4

$$(x + 5)^2 = 0$$
$$x + 5 = 0$$
$$x = -5$$

Question 5

$$7x^2 - 3x = 0$$
$$x(7x - 3) = 0$$
$$x = 5 \text{ ou } x = \frac{3}{7}$$

Question 6

$$(x + 1)^2 - 4 = 0$$
$$(x + 1)^2 = 4$$
$$x + 1 = 2 \text{ ou } x + 1 = -2$$
$$x = 1 \text{ ou } x = -3$$

Question 7

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$
$$(x - 2)^2 = 0$$
$$x - 2 = 0$$
$$x = 2$$

Question 8

$$(x + 5)^2 + 4 = 0$$
$$(x + 5)^2 = -4$$

Pas de solution dans \mathbb{R}

Question 9

$$-2x^2 + 4 = 0$$
$$x^2 = 2$$
$$x = \sqrt{2} \text{ ou } x = -\sqrt{2}$$

Question 10

$$(2x + 1)^2 - 5 = 0$$
$$(2x + 1)^2 = 5$$
$$2x + 1 = \sqrt{5} \text{ ou } 2x + 1 = -\sqrt{5}$$
$$x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \text{ ou } x = \frac{-\sqrt{5} - 1}{2}$$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Second degré – Série 6 – Correction

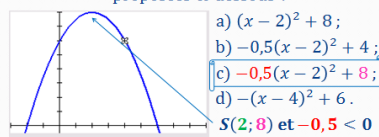
CONSIGNE Utiliser l'écran graphique d'une calculatrice pour répondre à diverses questions.

Dans tout ce qui suit, on s'intéresse à la courbe représentative, obtenue avec une calculatrice, d'une fonction du second degré.

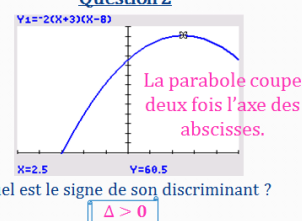
Répondre aux questions suivantes :

Question 1

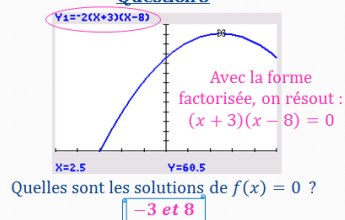
Quelle est sa forme canonique, parmi celles proposées ci-dessous ?



Question 2



Question 3



Question 4

Sans l'affichage des axes du repère, déterminer le signe de a ?



Question 5

Sans l'affichage des axes du repère, donner le nombre de solutions de $f(x) = 0$?



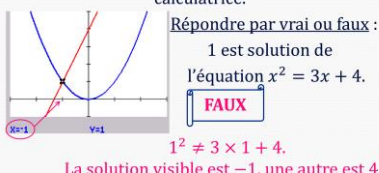
Question 6

Sans l'affichage des axes du repère, déterminer le signe de Δ ?



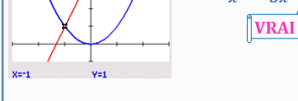
Question 7

Voici la parabole d'équation $y = x^2$ et la droite d'équation $y = 3x + 4$ obtenues avec une calculatrice.



Question 8

Répondre par vrai ou faux :
 a) Résoudre $x^2 = 3x + 4$ revient à résoudre $x^2 - 3x - 4 = 0$.

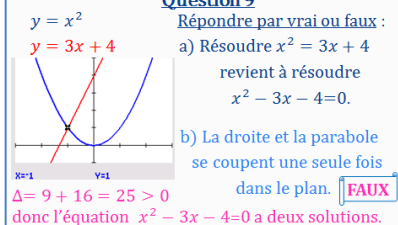


Question 9

Répondre par vrai ou faux :

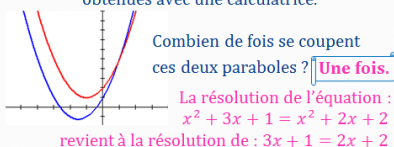
a) Résoudre $x^2 = 3x + 4$ revient à résoudre $x^2 - 3x - 4 = 0$.

b) La droite et la parabole se coupent une seule fois dans le plan. FAUX



Question 10

Voici les paraboles d'équations :
 $y = x^2 + 3x + 1$ et $y = x^2 + 2x + 2$ obtenues avec une calculatrice.



Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
 IREM de Clermont-Ferrand

Second degré – Série 7 – Correction

CONSIGNE

Résoudre des inéquations simples du second degré sans utiliser le discriminant.

Résoudre dans \mathbb{R}
les inéquations
suivantes :

Question 1

$(x - 3)(x + 4) \geq 0$
 $(x - 3)(x + 4)$ est un
polynôme de degré 2 qui a
2 racines -4 et 3 et $a > 0$.
 $S =]-\infty; -4] \cup [3; +\infty[$

Question 2

$-2x(x + 1) > 0$
 $-2x(x + 1)$ est un
polynôme de degré 2 qui a
2 racines -1 et 0 et $a < 0$.
 $S =]-1; 0[$

Question 3

$x^2 + 2 \geq 0$
Pour tout x de \mathbb{R} , $x^2 \geq 0$
donc $x^2 + 2 > 0$.
 $S = \mathbb{R}$

Question 4

$(x - 3)^2 \leq 0$
Pour tout x de \mathbb{R} ,
 $(x - 3)^2 \geq 0$ et
 $(x - 3)^2$ s'annule en 3.
 $S = \{3\}$

Question 5

$5x^2 - 4x < 0$
équivalent à $x(5x - 4) < 0$
 $x(5x - 4)$ est un polynôme de
degré 2 qui a 2 racines 0 et $\frac{4}{5}$
et $a > 0$.
 $S =]0; \frac{4}{5}[$

Question 6

$4 - x^2 < 0$
équivalent à $(2 - x)(2 + x) > 0$
 $(2 - x)(2 + x)$ est un
polynôme de degré 2 qui a 2
racines -2 et 2 et $a < 0$.
 $S =]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$

Question 7

$x^2 - 2x + 1 > 0$
équivalent à $(x - 1)^2 > 0$
Pour tout x de \mathbb{R} , $(x - 1)^2 \geq 0$
et $(x - 1)^2$ s'annule en 1.
 $S =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$

Question 8

$-(x + 2)^2 - 3 > 0$
Pour tout x de \mathbb{R} ,
 $-(x + 2)^2 \leq 0$ donc
 $-(x + 2)^2 - 3 < 0$.
 $S = \emptyset$

Question 9

$x^2 \leq 9$
équivalent à $x^2 - 9 \leq 0$
donc à $(x - 3)(x + 3) \leq 0$
 $(x - 3)(x + 3)$ est un
polynôme de degré 2 qui a 2
racines -3 et 3 et $a > 0$.
 $S = [-3; 3]$

Question 10

$(x + 1)^2 - 25 \geq 0$
équivalent à
 $(x + 1 - 5)(x + 1 + 5) \geq 0$
donc à $(x - 4)(x + 6) \geq 0$
 $(x - 4)(x + 6)$ est un polynôme de degré
2 qui a 2 racines -6 et 4 et $a > 0$.
 $S =]-\infty; -6] \cup [4; +\infty[$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Second degré – Série 8 – Correction

CONSIGNE

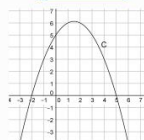
Connaissant certaines propriétés d'une fonction polynôme f de degré 2 (courbe représentative, racines et signe de a , signe de Δ et de a), il s'agit de déterminer le tableau de signes de $f(x)$.

f est une fonction polynôme de degré 2 définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a, b et c réels et $a \neq 0$.

On note Δ le discriminant de f et C est la courbe représentative de f dans un repère.

Dans chacun des cas suivants, donner le tableau de signes de f sur \mathbb{R} .

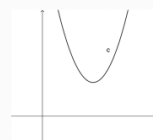
Question 1



x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Question 2

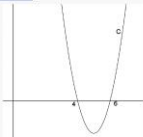
$\Delta < 0$ et $a > 0$



x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	

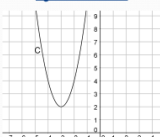
Question 3

La fonction f admet deux racines 4 et 6 et $a > 0$



x	$-\infty$	4	6	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	+	0	-	0	+

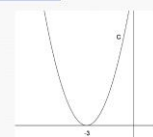
Question 4



x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	

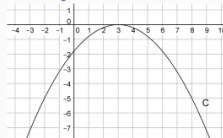
Question 5

La fonction f admet une racine -3 et $a > 0$



x	$-\infty$	-3	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	+

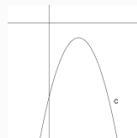
Question 6



x	$-\infty$	3	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	0	-

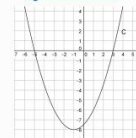
Question 7

$\Delta < 0$ et $a < 0$



x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	

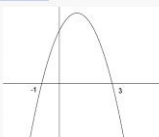
Question 8



x	$-\infty$	-5	3	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Question 9

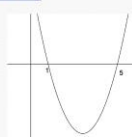
La fonction f admet deux racines -1 et 3 et $a < 0$



x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Question 10

$f(x) = (x-1)(x-5)$
La fonction f admet deux racines 1 et 5 et $a = 1$ donc $a > 0$



x	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	+	0	-	0	+

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Second degré – Série 9 – Correction

CONSIGNE

Connaissant une expression algébrique simple d'une fonction polynôme f de degré 2, il s'agit de déterminer le tableau de signes de $f(x)$.

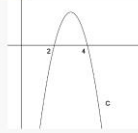
f est une fonction polynôme de degré 2 définie sur \mathbb{R} par une expression algébrique.

Dans chacun des cas suivants, donner le tableau de signes de f sur \mathbb{R} .

Question 1

$$f(x) = -2(x-4)(x-2)$$

La fonction f admet deux racines 2 et 4 et $a = -2$ donc $a < 0$.



x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	-	0	+	0	-

Question 2

$$f(x) = 5(x-4)^2$$

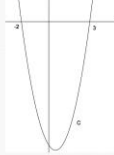
La fonction f admet une racine 4 et $f(x) \geq 0$ sur \mathbb{R} .

x	$-\infty$	4	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	+

Question 3

$$f(x) = 3(x+2)(x-3)$$

La fonction f admet deux racines -2 et 3 et $a = 3$ donc $a > 0$.



x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Question 4

$$f(x) = -3x^2 - 2$$

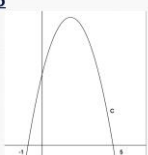
$f(x) < 0$ sur \mathbb{R} .

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	-

Question 5

$$f(x) = (x+1)(5-x)$$

La fonction f admet deux racines -1 et 5 et $a = -1$ donc $a < 0$.



x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Question 6

$$f(x) = -2(x+3)^2$$

La fonction f admet une racine -3 et $f(x) \leq 0$ sur \mathbb{R} .

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	0	-

Question 7

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$f(x) = (x-1)^2$$

La fonction f admet une racine 1 et $f(x) \geq 0$ sur \mathbb{R} .

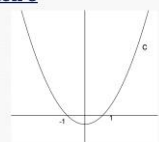
x	$-\infty$	1	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	+

Question 8

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$f(x) = (x-1)(x+1)$$

La fonction f admet deux racines -1 et 1 et $a = 1$ donc $a > 0$.



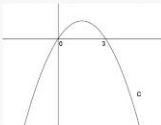
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Question 9

$$f(x) = -x^2 + 3x$$

$$f(x) = x(-x+3)$$

La fonction f admet deux racines 0 et 3 et $a = -1$ donc $a < 0$.



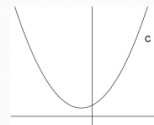
x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	-	0	+	0	-

Question 10

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$\Delta = -3$$

et $a = 1$ donc $a > 0$



x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	+

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Second degré – Série 10 – Correction

CONSIGNE

En utilisant le tableau de signes d'une fonction polynôme du second degré f , déterminer le signe de a , de Δ et les racines éventuelles de f .

Pour chaque tableau de signes proposé, dire s'il peut correspondre à celui d'une fonction polynôme f de degré 2 qui peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

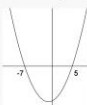
Si oui, préciser :

- le signe de a
- le signe du discriminant Δ de f
- les valeurs des racines éventuelles de f

Question 1

x	$-\infty$	-7	5	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	+	0	-	0	+

Ce tableau peut correspondre à une fonction polynôme de degré 2.



$$a > 0$$

$$\Delta > 0$$

La fonction f admet deux racines -7 et 5 .

Question 2

x	$-\infty$	3	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	0	-

Ce tableau peut correspondre à une fonction polynôme de degré 2.



$$a < 0$$

$$\Delta = 0$$

La fonction f admet une racine 3 .

Question 3

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	-

Ce tableau ne peut pas correspondre à une fonction polynôme de degré 2.

Question 4

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	-

Ce tableau peut correspondre à une fonction polynôme de degré 2.



$$a < 0$$

$$\Delta < 0$$

La fonction f n'admet pas de racine.

Question 5

x	$-\infty$	-10	-5	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	$-$	0	$-$	0	$-$

Ce tableau ne peut pas correspondre à une fonction polynôme de degré 2.

Question 6

x	$-\infty$	6	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	+

Ce tableau peut correspondre à une fonction polynôme de degré 2.



$$a > 0$$

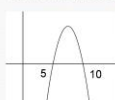
$$\Delta = 0$$

La fonction f admet une racine 6 .

Question 7

x	$-\infty$	5	10	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	-	0	+	0	-

Ce tableau peut correspondre à une fonction polynôme de degré 2.



$$a < 0$$

$$\Delta > 0$$

La fonction f admet deux racines 5 et 10 .

Question 8

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
Signe de $f(x)$	-	0	+

Ce tableau ne peut pas correspondre à une fonction polynôme de degré 2.

Question 9

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	+

Ce tableau peut correspondre à une fonction polynôme de degré 2.



$$a > 0$$

$$\Delta < 0$$

La fonction f n'admet pas de racine.

Question 10

x	$-\infty$	-5	7	$+\infty$	
Signe de $f(x)$	-	0	+	0	+

Ce tableau ne peut pas correspondre à une fonction polynôme de degré 2.

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Second degré – Série 11 – Correction

CONSIGNE

Connaissant l'expression d'une fonction polynôme du second degré admettant deux racines, déterminer S et P, somme et produit des racines. Dans une deuxième partie, déduire de S et P ou des propriétés des coefficients a, b, c des propriétés des racines.

Dans chaque cas, f est une fonction polynôme du second degré qui admet deux racines et s'écrit pour tout x de \mathbb{R} , sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$.
On note S et P respectivement la somme et le produit des racines.

Question 1

f est définie pour tout x de \mathbb{R} , par :
 $f(x) = x^2 - 5x + 2$
 $a = 1 \quad b = -5 \quad c = 2$
 $S = \frac{-b}{a}$ donc $S = 5$
 $P = \frac{c}{a}$ donc $P = 2$

Question 2

f est définie pour tout x de \mathbb{R} , par :
 $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$
 $a = 2 \quad b = 5 \quad c = -3$
 $S = \frac{-b}{a}$ donc $S = -\frac{5}{2}$
 $P = \frac{c}{a}$ donc $P = -\frac{3}{2}$

Question 3

f est définie pour tout x de \mathbb{R} , par :
 $f(x) = -3x^2 - 2x + 5$
 $a = -3 \quad b = -2 \quad c = 5$
 $S = \frac{-b}{a}$ donc $S = -\frac{2}{3}$
 $P = \frac{c}{a}$ donc $P = -\frac{5}{3}$

Question 4

$f(x) = x^2 + 5x - 6$
 $f(1) = 1 + 5 - 6$ donc $f(1) = 0$
 1 est bien racine de f .
 $a = 1$ et $c = -6$ donc $P = -6$
la seconde racine est -6 .

Question 5

$f(x) = 3x^2 + 4x + 1$
 $f(-1) = 3 - 4 + 1$ donc $f(-1) = 0$
 -1 est bien racine de f .
 $a = 3$ et $c = 1$ donc $P = \frac{1}{3}$
la seconde racine est $-\frac{1}{3}$.

Question 6

$f(x) = -3x^2 + 4x + 4$
 $f(2) = -12 + 8 + 4$ donc $f(2) = 0$
 2 est bien racine de f .
 $a = -3$ et $c = 4$ donc $P = -\frac{4}{3}$
la seconde racine est $-\frac{2}{3}$.

Question 7

On donne $S = -5$ et $P = 2$
 $P = 2$
 $P > 0$ donc les racines de f sont de même signe.
 $S = -5$
donc $S < 0$ donc les racines de f sont négatives.

Question 8

On donne $S = 3$ et $P = -2$
 $P < 0$ donc les racines de f sont de signes contraires.
Il y a donc une racine positive et une négative.

Question 9

Si $b = 0$ alors f a deux racines opposées.
Si $b = 0$ alors $-\frac{b}{a} = 0$
la somme des racines de f vaut 0
c'est VRAI.

Question 10

Si $a = c$ alors f a deux racines inverses l'une de l'autre.
Si $a = c$ alors $\frac{c}{a} = 1$
le produit des racines est égal à 1
c'est VRAI.

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Second degré – Série 12 – Correction

CONSIGNE

Connaissant S et P somme et produit des racines d'une fonction polynôme degré 2 f , déterminer l'expression de $f(x)$ ou l'équation $f(x) = 0$ (approfondissement).

Correction

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Question 1

$$3x^2 - 3x - 2 = 0$$

Montrer que cette équation a deux solutions dont on précisera la somme et le produit.

$$\Delta = 9 + 24 = 28$$

$\Delta > 0$ l'équation a donc 2 solutions

$$\text{La somme est : } S = -\frac{b}{a} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\text{Le produit est : } P = \frac{c}{a} = -\frac{2}{3}$$

Question 2

f est une fonction polynôme du second degré qui admet deux racines de somme $S = 3$ et de produit $P = -4$. Déterminer une expression possible de $f(x)$.

Une expression possible de $f(x)$ est :
 $f(x) = x^2 - 3x - 4$

Question 3

f est une fonction polynôme du second degré qui admet deux racines de somme $S = 5$ et de produit $P = -2$. Déterminer deux expressions possibles de $f(x)$.

Une expression possible de $f(x)$ est :

$$f(x) = x^2 - 5x - 2$$

$$\text{ou } f(x) = 2x^2 - 10x - 4$$

Question 4

Déterminer une équation du second degré qui admet 2 solutions -6 et -2 .

Une équation possible est :

$$(x + 6)(x + 2) = 0$$

Ou avec $S = -8$ et $P = 12$

Une équation possible est :

$$x^2 + 8x + 12 = 0$$

Question 5

Déterminer deux équations du second degré qui admettent deux solutions 3 et 6.

On a alors $S = 9$ et $P = 18$

Une équation possible est :

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$\text{ou } -x^2 + 9x - 18 = 0$$

Question 6

f admet pour racines -4 et 7 . Déterminer les réels b et c tels que :

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

On a alors $S = 3$ et $P = -28$

$$f(x) = x^2 - 3x - 28$$

$$b = -3 \text{ et } c = -28$$

Question 7

f admet pour racines -5 et -4 . Déterminer les réels b et c tels que :

$$f(x) = 3x^2 + bx + c$$

On a alors $S = -9$ et $P = 20$

$$a = 3 \text{ donc } -\frac{b}{3} = -9 \text{ donc } b = 27$$

$$\text{et } \frac{c}{3} = 20 \text{ donc } c = 60$$

$$f(x) = 3x^2 + 27x + 60$$

Question 8

Existe-t-il des réels x et y tels que

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 2 \end{cases}$$

x et y existent, si l'équation $X^2 - 4X + 2 = 0$ a au moins une solution dans \mathbb{R} .

$$\Delta = 16 - 4 \times 2 = 8$$

$\Delta > 0$ donc x et y existent.

Question 9

Existe-t-il des réels x et y tels que

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ xy = 6 \end{cases}$$

S'ils existent, ils sont solutions de

$$X^2 + 2X + 6 = 0$$

$$\Delta = 4 - 4 \times 6 = -20$$

$\Delta < 0$ donc x et y n'existent pas.

Question 10

On considère l'équation : $3x^2 - mx - 2 = 0$ ($m \in \mathbb{R}$)

Montrer que cette équation a deux solutions de signes opposés.

$$\Delta = m^2 + 24 \text{ donc pour tout } m \text{ de } \mathbb{R}, \Delta > 0$$

cette équation a donc deux solutions

dont le produit est $-\frac{2}{3}$ donc négatif.

Les solutions sont donc de signes contraires.

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Second degré – Série 13 – Correction

CONSIGNE

Travailler avec des algorithmes en rapport avec le second degré.

Correction

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Question 1

$Y \leftarrow X + 2$
 $Y \leftarrow Y^2 - 6$

Lorsque X désigne un réel,
quelle fonction définit cet algorithme ?

$$x \mapsto (x + 2)^2 - 6$$

Question 2

$Y \leftarrow X - 1$
 $Y \leftarrow Y^2 - 1$

$Y \leftarrow X^2 - 2X$

Oui

Lorsque X désigne un réel,
ces deux algorithmes définissent-ils
la même fonction ?
 $(x - 1)^2 - 1 = x^2 - 2x + 1 - 1 = x^2 - 2x$

Question 3

$Y \leftarrow X - 4$
 $Y \leftarrow -3Y^2 + 8$

Y désignant un réel,
donner un algorithme définissant
la fonction d'expression :

$$-3(x - 4)^2 + 8$$

Question 4

Compléter cet algorithme afin qu'il détermine
si f a deux racines ou non :
(D désigne un nombre réel)

$D \leftarrow b^2 - 4ac$
Si $D > 0$ faire
Afficher « Deux racines distinctes »
Sinon
Afficher « Une ou aucune racine »
Fin Si

Question 5

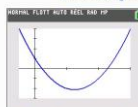
A quoi correspond la valeur de m ?

$X \leftarrow -b \div (2a)$
 $m \leftarrow f(X)$

m est le maximum ou le minimum de la
fonction f sur \mathbb{R} .

Question 6

Voici la courbe représentative de la fonction f
définie par $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$:



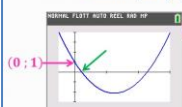
Pour i allant de 0 à 4 faire :
 $X \leftarrow i$
 $Y \leftarrow 2X^2 - 5X + 1$
Fin Pour

Que fait cet algorithme ?

Il calcule $f(0), f(1), f(2), f(3), f(4)$.

Question 7

Voici la courbe représentative de la fonction f
définie par $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$:



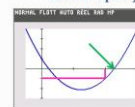
$X \leftarrow 0$
 $Y \leftarrow 1$
Tant que $Y > 0$ faire
 $X \leftarrow X + 0,01$
 $Y \leftarrow 2X^2 - 5X + 1$
Fin Tant que

Cet algorithme permet-il de déterminer une
valeur approchée à 0,01 près d'une racine de f ?

OUI

Question 8

Voici la courbe représentative de la fonction f
définie par $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$:



$X \leftarrow 2$
 $Y \leftarrow -1$
Tant que $Y < 0$ faire
 $X \leftarrow X + 0,01$
 $Y \leftarrow 2X^2 - 5X + 1$
Fin Tant que

Que représente X à la fin de cet algorithme ?
Il s'agit d'une valeur approchée de la racine de
 $f(x)$ la plus grande.

Question 9

Voici la courbe représentative de la fonction f
définie par $f(x) = -x^2 + x + 1$:



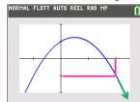
$X \leftarrow -1$
 $Y \leftarrow 0$
Tant que $Y < 0$ faire
 $X \leftarrow X + 0,01$
 $Y \leftarrow -X^2 + X + 1$
Fin Tant que

Que contient X à la fin de l'algorithme ?

X contient -1 car
« on ne rentre pas dans la boucle ».

Question 10

Voici la courbe représentative de la fonction f
définie par $f(x) = -x^2 + x + 1$:



$X \leftarrow 2$
 $Y \leftarrow -1$
Tant que $Y < 0$ faire
 $X \leftarrow X + 0,01$
 $Y \leftarrow -X^2 + X + 1$
Fin Tant que

Cet algorithme permet-il de déterminer une
valeur approchée de la racine positive de f ?

NON, cet algorithme ne « s'arrête » pas.

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Second degré – Série 14 – Correction

CONSIGNE

Travailler avec des programmes écrits en Python en rapport avec le second degré.

Correction

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Question 1

```
def f(x):
    y=x+2
    y=y**2-6
    return(y)
```

Quelle fonction définit cet algorithme ?

$$x \mapsto (x+2)^2 - 6$$

Question 2

```
def f(x):
    y=x-1
    y=y**2-1
    return(y)

def g(x):
    y=x**2-2*x
    return(y)
```

Ces deux algorithmes définissent-ils la même fonction ? **Oui**
 $(x-1)^2 - 1 = x^2 - 2x + 1 - 1 = x^2 - 2x$

Question 3

```
def f(x):
    y=x-4
    y=-3*y**2+8
    return(y)
```

y désignant un réel,
donner un algorithme définissant
la fonction d'expression :

$$-3(x-4)^2 + 8$$

Question 4

Compléter cet algorithme afin qu'il détermine
si f a deux racines ou non :
(D désigne un nombre réel)

```
def racine_trinome(a,b,c):
    D=b**2-4*a*c
    if D>0:
        return("Deux racines distinctes.")
    else:
        return("Une ou aucune racine.")
```

Question 5

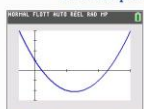
A quoi correspond la valeur de m ?

```
def qui_suis_je(a,b,c):
    x=-b/(2*a)
    m=a*x**2+b*x+c
    return(m)
```

**m est le maximum ou le minimum de la
fonction f sur \mathbb{R} .**

Question 6

Voici la courbe représentative de la fonction f
définie par $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$:



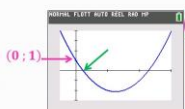
Que fait cet algorithme ?

```
for i in range(0,5):
    X=i
    Y=2*X**2-5*X+1
    print("f(",X,"")= ",Y)

f(0)=1
f(1)=-1
f(2)=-1
f(3)=4
f(4)=13
```

Question 7

Voici la courbe représentative de la fonction f
définie par $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$: **OUI**

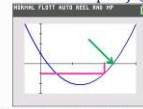


Cet algorithme permet-il de déterminer une
valeur approchée à 0,01 près d'une racine de f ?
 $X=0.220000000000000006$ et $Y=-0.0032000000000000003137$

```
X=0
Y=1
while Y>0:
    X=X+0.01
    Y=2*X**2-5*X+1
    print("X=",X,"et Y=",Y)
```

Question 8

Voici la courbe représentative de la fonction f
définie par $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$:



Que représente X à la fin de cet algorithme ?
**Il s'agit d'une valeur approchée de la racine de
 $f(x)$ la plus grande.**

$X=2.2899999999999994$ et $Y=0.03819999999997492$

```
X=2
Y=-1
while Y<0:
    X=X+0.01
    Y=2*X**2-5*X+1
    print("X=",X,"et Y=",Y)
```

Question 9

Voici la courbe représentative de la fonction f
définie par $f(x) = -x^2 + x + 1$:



Que contient X à la fin de l'algorithme ?

**X contient -1 car
« on ne rentre pas dans la boucle ».**
 $X=-1$ et $Y=0$

```
X=-1
Y=0
while Y<0:
    X=X+0.01
    Y=-X**2+X+1
    print("X=",X,"et Y=",Y)
```

Question 10

Voici la courbe représentative de la fonction f
définie par $f(x) = -x^2 + x + 1$:



Cet algorithme permet-il de déterminer une
valeur approchée de la racine positive de f ?
NON, cet algorithme ne s'arrête pas.

```
X=2
Y=-1
while Y<0:
    X=X+0.01
    Y=-X**2+X+1
    print("X=",X,"et Y=",Y)
```

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand